13-4-06

Tentamen Vectoranalyse 2006

Zet op alle vellen je naam en #. Maak 1 sommen op verschillende vellen.

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\#}{2}.$$

1) Laat $F = \begin{pmatrix} -z \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$ een vector veld op $\mathbb{R}^3$ en $c : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ een lus beschreven door

$$c(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ e^{-\sin t + (\cos t)^2} \\ \sin t \end{pmatrix}$$

De lus $c_0 : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ is gegeven door

$$c_0(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ 0 \\ \sin t \end{pmatrix}$$

a) (4) Laat zien dat $\int_c F \cdot ds = \int_{c_0} F \cdot ds$.

b) (2) Bereken $\int_c F \cdot ds$

Hint: Merk op dat c en c_0 op de cilinder $x^2 + z^2 = 1$ liggen.

Z.O.Z.

II] (3) Laat $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ diff. en

$$D_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x)\ ,\ x \in [a,b]\}$$

$$D_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \varphi_2(x) \leq y \leq \varphi_3(x)\ ,\ x \in [a,b]\}.$$

F is een diff. vectorveld op $\mathbb{R}^2$.

Bewijs: $\displaystyle\int_{\partial D} F \cdot ds = \int_{\partial D_1} F \cdot ds + \int_{\partial D_2} F \cdot ds.$

III] Laat $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ met

(3) $$f(x,y,z) = x^3 y - z$$

Bepaal een vergelijking voor het raakvlak aan $f = 0$ in het punt $(1,1,1)$

IV] Laat $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ met

$$f(x,y) = x^2 + y^2 \quad \text{en}$$
$$g(x,y) = x + y - (x-y)^2 + 1/2$$

a) (3) Bepaal alle kandidaten voor extrema van f op $g = 0$

b) (3) Bepaal het type van de kandidaten uit a.